SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

CICLO BÁSICO

SOLUCIONARIO

Admisión

2014 – 2

Av. Javier Prado Oeste 730 – Magdalena del Mar (altura Cdra. 33 Av. Brasil)
Teléfonos: 461–1250 / 460–2407 / 460–2419 / 461–3290
http://cepre.uni.edu.pe **e-mail:** cepre@uni.edu.pe

FÍSICA

01. I) V: $W^{FNC} = 0$

II) V

III) V: $\Delta E_k = W^{neto} = W^{m\bar{g}}$

RESPUESTA: V V V **A**

02. $\vec{I}^{\vec{F}} = \Delta\vec{p}$

$\vec{I}^{\vec{F}} = \vec{0} - m\vec{v}.$

$\vec{I}^{\vec{F}} = -2\left(5\hat{i}\right) = -10\hat{i}$ N.S

RESPUESTA: $-10\hat{i}$ **E**

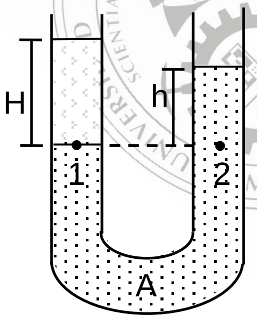
03. I) F: $\vec{F} = -k\vec{x}$

II) F: es máxima

III) V

RESPUESTA: F F V **C**

04.



$P_1 = P_2$

$\cancel{P_{atm}} + \rho_B \cancel{g} H = \cancel{P_{atm}} + \rho_A \cancel{g} h$

$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{H}{h} = \frac{4}{3}$

RESPUESTA: $\frac{4}{3}$ **B**

05. $E = \rho_{Líquido}\ V_{sumergido}\ g$

$E = 1{,}03 \times 10^3 \left(\frac{2}{3} \times 1200 \times 10^{-6}\right) \times 10$

$E = 8{,}24$ N

RESPUESTA: 8,24 **D**

06. I) V

II) V

III) F: el calor no se puede almacenar

RESPUESTA: V V F **E**

07. $\Delta\ell = \ell_o \alpha \Delta T$

$\frac{\Delta\ell}{\ell_o} = \alpha \Delta T = \left(3 \times 10^{-5}\right)(300)$

$\frac{\Delta\ell}{\ell_o} = 9 \times 10^{-3}$

$\frac{\Delta\ell}{\ell_o} \times 100 = 0{,}9\%$

RESPUESTA: 0,9% **E**

QUÍMICA

08. I. (V) $NaC\ell O_3$: Clorato de potasio

II. (V) KNO_2 : Nitrito de potasio

III. (F) $CuC\ell_2$: Cloruro de cobre (II)

Cloruro cúprico

RESPUESTA: $I \wedge II$ **C**

09. Aspirina : $C_9H_8O_4 \Rightarrow \overline{M} = 180$

$$x = 1000\ \cancel{g\ aspirina}\ \frac{1\ \cancel{mol\ aspirina}}{180\ \cancel{g\ aspirina}} \times \frac{1\ persona}{1{,}7\times 10^{-3}\ \cancel{moles\ aspirina}}$$

$x = 3268$ personas

RESPUESTA: 3268 **D**

10. Balance por simple inspección:

$$3CuO_{(s)} + 2NH_{3(g)} \rightarrow \underbrace{1N_{2(g)} + 3Cu_{(s)} + 3H_2O_{(\ell)}}_{\text{suma de coeficientes} = 7}$$

RESPUESTA: 7 **D**

11.

$$CaCO_{3(s)} + 2HC\ell_{(ac)} \rightarrow CaC\ell_{2(ac)} + CO_{2(g)} + H_2O_{(\ell)}$$

$3{,}28\,g$ (CaCO₃) $\qquad 0{,}981\,g$ (CO₂)

$$\%m_{CaCO_3} = \frac{m\,CaCO_3}{m\ tiza}\times 100\% =$$

$$\frac{0{,}981\,g\,CO_2}{3{,}28\ g\ tiza}\times 100\% \times \frac{1\ mol\ CO_2}{44\,g\,CO_2}\times\frac{100\,g\,CaCO_3}{1\,mol\ CO_2}$$

$$m_{CaCO_3} = 67{,}97\%$$

RESPUESTA: 67,97% **E**

12. $\overline{M} = 342 \quad \overline{M} = 18$

$$C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \rightarrow C_6H_{12}O_6 + C_6H_{12}O_6$$

20 g $\qquad$ 15 g

R.L	$\frac{20}{342}$	$\frac{15}{18}$
	0,058	0,833
	R.L	

De la estequiometría

$1\,mol\ C_{12}H_{22}O_{11}$ ——— $1\,mol\ H_2O$

$342\,g\ C_{12}H_{22}O_{11}$ ——— $18\,g\ H_2O$

$20\,g\ C_{12}H_{22}O_{11}$ ——— x

$x = 1{,}05\,g$

$m\ H_2O\ (\text{exceso}) = (15 - 1{,}05)\,g = 13{,}95\,g$

RESPUESTA: 13,95 g **E**

13. Sea FE $C_xH_yO_z$: 62,68 %C; 9,53 %H; 27,79 %O

$$x = \frac{62{,}68}{12} = \frac{5{,}223}{1{,}7368} \sim 3\times 2 = 6$$

$$y = \frac{9{,}53}{1} = \frac{9{,}53}{1{,}7368} \sim 5{,}5\times 2 = 11$$

$$z = \frac{27{,}79}{16} = \frac{1{,}7368}{1{,}7368} = 1\times 2 = 2$$

Luego:

FE : $C_6H_{11}O_2$

$\overline{M}_{FE} = 115$

$FM = (FE)_k = (C_6H_{11}O_2)_2$

$\overline{M} = k\cdot\overline{M}_{FE}$ y $230 = k\cdot 115$

$k = 2$

FM: $C_{12}H_{22}O_4$

RESPUESTA: $C_6H_{11}O_2$; $C_{12}H_{22}O_4$ **B**

14. $1\,mol\ Na$ ——— N_A átomos

$23\,g\ Na$ ——— N_A átomos

$0{,}92\,g\ Na$ ——— x

$x = 0{,}04\ N_A$ átomos

RESPUESTA: 0,04 N_A **D**

ARITMÉTICA

15. Reconstruyendo la tabla

I_i	f_i	F_i
$0-2$	3	3
$2-4$	5	8
$4-6$	8	16
$6-8$	6	22
$8-10$	3	25

Clase mediana : $[4\,;\,6\rangle$

Luego $M_e = 4 + 2\left(\dfrac{12,5-8}{8}\right) = 5,125$

RESPUESTA: 5,125

C

16.

$\underline{h_1}$ $\underline{P}$ $\underline{M}$ $\underline{h_2}$ $\underline{h_3}$

$\#$ formas : $4! \times 2 = 48$

$\sum \text{cfs} = 12$

RESPUESTA: 12

D

17. 6 blancas

4 negras $\Rightarrow$ Total $= 10$

$$P\begin{pmatrix}\text{3 extraídas}\\ \text{sean blancas}\end{pmatrix} = \frac{C_3^6}{C_3^{10}} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

RESPUESTA: $\dfrac{1}{6}$

A

18. Descomponiendo polinómicamente

$m^3 + 3m^2 + 3m + 1 = n^3$

$(m+1)^3 = n^3 \Rightarrow m + 1 = n$

Como $m > 3$ y $n \geq 2$

$\Rightarrow$ mínimo : $m = 4$ y $n = 5$

$m \times n = 20$

RESPUESTA: 20

D

19. Sean los términos $M - S = D$

Por dato: $S = a$; $D = a + r$; $M = a + 2r$

Reemplazando en $M - S = D$

tenemos: $a = r$

Además $M + D = 75$

$(a + 2r) + (a + r) = 75$

$5r = 75$

$r = 15 = a$

$D = a + r = 30$

$\sum \text{cfs} = 3$

RESPUESTA: 3

B

20.

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} & 5 \\ d-1 & \end{array}$$

Además: $D + d = 608$

$7d - 1 = 608 \;\rightarrow\; d = 87$

$\therefore\; D = 6 \times 87 - 1 = 521$

$\sum \text{cfs} = 8$

RESPUESTA: 8

D

21. Como $999\ldots999 = \underbrace{1000\ldots000}_{100\text{ cfs}} - 1$

Entonces efectuar el producto es equivalente a efectuar la diferencia:

$$\begin{array}{r} 2014\overbrace{000\ldots000000}^{\text{cfs}} - \\ 2014 \\ \hline 2013\underbrace{999\ldots997986}_{100\,\text{cfs}} \end{array}$$

$\sum$cfs: $2+0+1+3+9\times 96+7+9+8+6$

$= 900$

RESPUESTA: 900 B

ÁLGEBRA

22. I) F ,
II) F ,
III) V ,

RESPUESTA: Solo III D

23. $D_f \cap D_g = \{3, 5\}$

$\therefore \quad f-2g = \{(3, -12); (5, 8)\}$

$\therefore \quad \mathbb{R}(f-2g) = \{-12, 8\}$

$\therefore$ suma de elementos: -4

RESPUESTA: -4 B

24. Tenemos:

$(f \text{ o } g)(x) = f(g(x)) = f(2x-1)$

$= 4x+3$

$\therefore \quad f(2x-1) = 2(2x-1)+5$

$\therefore \quad f(x) = 2x+5$

$\rightarrow \quad f\left(\dfrac{x}{2}\right) = x+5$

RESPUESTA: $x+5$ D

25. Se debe cumplir:

$m+n+p = 4m-n = 3p = 3$

$\therefore \quad p = 1 \;\wedge\; \begin{cases} m+n = 2 \\ 4m-n = 3 \end{cases}$

$\therefore \quad m = 1 \wedge n = 1$

$\therefore \quad m^2+n^2+p^2 = 3$

RESPUESTA: 3 C

26.

$$\begin{array}{c|ccc:cc} 1 & 2 & 0 & 0 & -a & b-1 \\ \hline 1 & & 2 & -4 & & \\ -2 & & & 2 & -4 & \\ & & & & -2 & +4 \\ \hline & 2 & 2 & -2 & 2 & -3 \end{array}$$

$\therefore \quad -a-6 = 2 \;\rightarrow\; a = -8$

$b-1+4 = -3 \;\rightarrow\; b = -6$

$\therefore \quad 2a-b = 2(-8)-(-6) = -10$

RESPUESTA: -10 B

27. Tenemos: $x + \dfrac{1}{x} = 3$

$\therefore \quad x^2 + \dfrac{1}{x^2} + 2 = 9 \quad \rightarrow \quad x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 7$

además $\underbrace{\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)\left(x+\dfrac{1}{x}\right)} = 21$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=18 \qquad \ldots\ldots(\alpha)$$

$$x^6+\frac{1}{x^6}=322$$

$\therefore\ E=340$

RESPUESTA: 340

E

28. Se debe cumplir:

$$\frac{a}{4}=\frac{b-1}{2}=n$$

$$\therefore\ t_k=(-1)^{k+1}\cdot\left(x^4\right)^{n-k}\cdot\left(y^2\right)^{k-1}=-x^{20}\cdot y^{18}$$

$\therefore\ k=10 \rightarrow n=15$

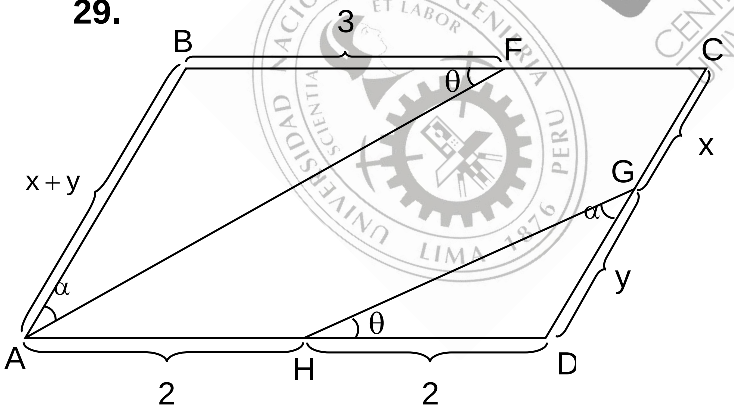
$\therefore\ \frac{a}{4}=15 \rightarrow a=60$

RESPUESTA: 60

D

GEOMETRÍA

29.



Sea $DG=y$, $GC=x$

ABCD: $AB=CD$

Entonces $AB=x+y$

$\Delta ABF \sim \Delta HDG$

$$\frac{x+y}{y}=\frac{3}{2}$$

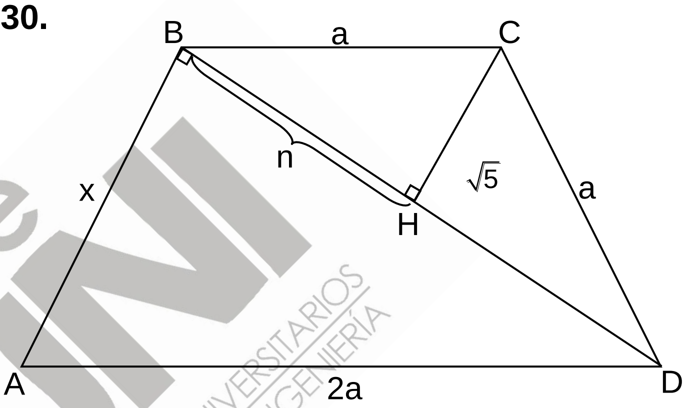
$$\frac{x}{y}+1=\frac{3}{2}$$

$$\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$$

RESPUESTA: $\frac{1}{2}$

C

30.



Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo BHC:

$$n^2=(a)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2 \rightarrow n=\sqrt{a^2-5}$$

Aplicando nuevamente el teorema de Pitágoras en el triángulo ABD:

$$x^2=(2a)^2-2(n)^2$$

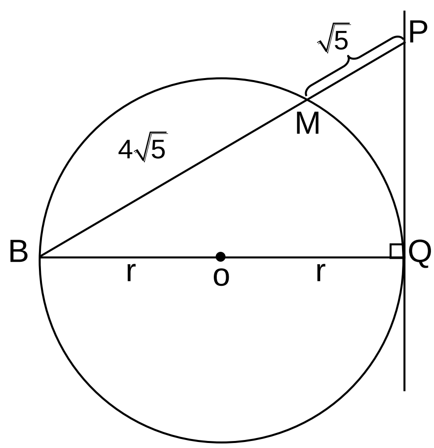
$$x^2=4a^2-\left(2\sqrt{a^2-5}\right)^2$$

$$\rightarrow\ x=2\sqrt{5}$$

RESPUESTA: $2\sqrt{5}$

D

31.



Por el teorema de la tangente

$PQ^2 = PB \cdot PM$

$PQ^2 = 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$

$PQ^2 = 25 \qquad \ldots (1)$

$m\angle BQP = 90 \qquad$ (Teoría)

Por el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo BQP

$BQ^2 + PQ^2 = BP^2 \qquad \ldots (2)$

Reemplazando (1) en (2)

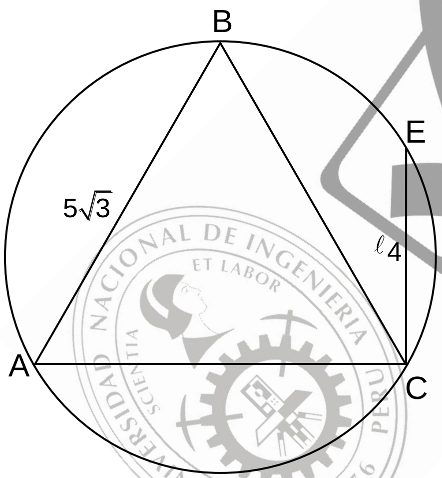
$(2r)^2 + 25 = \left(5\sqrt{5}\right)^2$

$(2r)^2 = 100$

$r = 5$

RESPUESTA: 5 **C**

32.



Por teoría : ℓ_n representa la longitud del lado de un polígono regular de n lados inscrito en una circunferencia cuyo radio mide R.

También por teoría:

$\ell_4 = R\sqrt{2} \qquad \ldots (1)$

$\ell_3 = R\sqrt{3} \qquad \ldots (2)$

Pero por dato $\ell_3 = 5\sqrt{3} \qquad \ldots (3)$

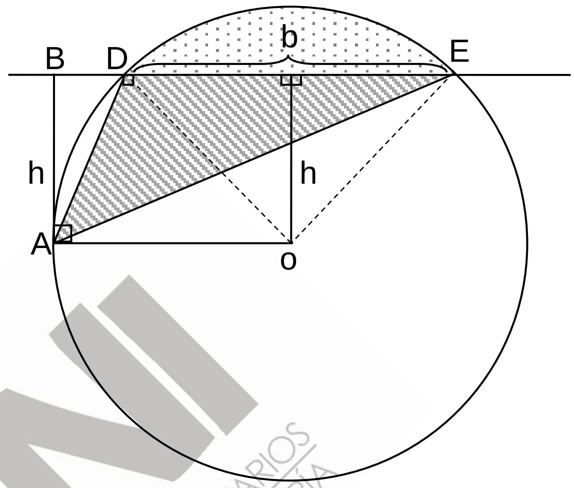
De las igualdades (2) y (3) $R = 5$

Finalmente de la igualdad (1)

$\ell_4 = 5\sqrt{2}$

RESPUESTA: $5\sqrt{2}$ **D**

33.



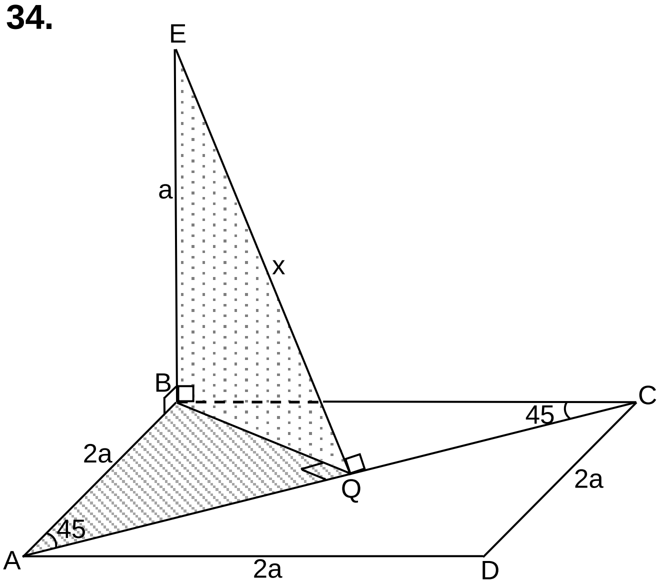
Área ▲ADE = Área ▲DOE

Finalmente, el área de la región pedida es igual al área del sector circular DOE.

$\therefore$ Área del sector circular $DOE = 5u^2$

RESPUESTA: 5 **B**

34.



En la figura mostrada, por el teorema de las tres perpendiculares, $\overline{BQ} \perp \overline{AC}$.

En el triángulo rectángulo isósceles AQB

$$AB = BQ\sqrt{2}$$

$$2a = BQ\sqrt{2}$$

$$BQ = a\sqrt{2}$$

Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo EBQ

$$(EQ)^2 = (BE)^2 + (BQ)^2$$

$$EQ^2 = a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2$$

$$EQ = a\sqrt{3}$$

RESPUESTA: $a\sqrt{3}$ **B**

TRIGONOMETRÍA

35. La expresión es: $\dfrac{\operatorname{sen}^2(x) - \operatorname{sen}^2(y)}{\operatorname{sen}(2x) + \operatorname{sen}(2y)}$

Recuerde que:

$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta)\operatorname{sen}(\alpha-\beta) = \operatorname{sen}^2(\alpha) - \operatorname{sen}^2(\beta)$$

$$\operatorname{sen}(\alpha) + \operatorname{sen}(\beta) = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

Luego; en la expresión:

$$\frac{\operatorname{sen}^2(x) - \operatorname{sen}^2(y)}{\operatorname{sen}(2x) + \operatorname{sen}(2y)} = \frac{\cancel{\operatorname{sen}(x+y)}\operatorname{sen}(x-y)}{2\,\cancel{\operatorname{sen}(x+y)}\cos(x-y)}$$

Simplificando:

$$\frac{\operatorname{sen}(x-y)}{2\cos(x-y)};\ \text{pero: } \frac{\operatorname{sen}(\theta)}{\cos(\theta)} = \tan(\theta)$$

Entonces:

$$\frac{\operatorname{sen}^2(x) - \operatorname{sen}^2(y)}{\operatorname{sen}(2x) + \operatorname{sen}(2y)} = \frac{\operatorname{sen}(x-y)}{2\cos(x-y)} = \frac{1}{2}\tan(x-y)$$

RESPUESTA: $\frac{1}{2}\tan(x-y)$ **A**

36. La expresión a simplificar es:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{sen}(x)} - \frac{\cos(3x)}{\cos(x)}\right]$$

Recuerde que: $\dfrac{\operatorname{sen}(3\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} = 2\cos(2\theta) + 1$

$$\frac{\cos(3\theta)}{\cos(\theta)} = 2\cos(2\theta) - 1$$

Reemplazamos en la expresión:

$$\frac{1}{2}\left[2\cos(2x) + 1 - \left(2\cos(2x) - 1\right)\right]$$

y Simplificamos:

$$\frac{1}{2}\left[\cancel{2\cos(2x)} + 1 - \cancel{2\cos(2x)} + 1\right] = \frac{1}{2}(2) = 1$$

Entonces: $\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{sen}(x)} - \dfrac{\cos(3x)}{\cos(x)}\right] = 1$

RESPUESTA: 1 **B**

37. Tenemos la función f definida por:

$$f(x) = 4\operatorname{sen}(2x) + 3;\ \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right\rangle$$

A partir del dato: $\frac{\pi}{4} \le x < \frac{\pi}{2}$; formamos $f(x)$

$$\times 2:\ \frac{\pi}{2} \le 2x < \pi$$

Como la función seno es decreciente en $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right\rangle$

$$\operatorname{sen}(\pi) < \operatorname{sen}(2x) \le \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

Tenemos entonces:

$$0 < \operatorname{sen}(2x) \le 1$$

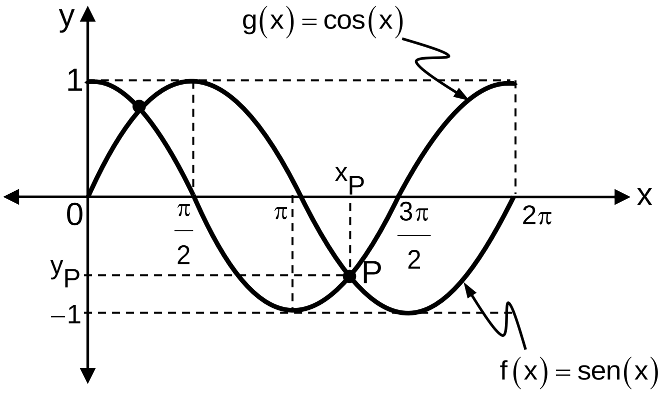
$$\times 4:\ 0 < 4\operatorname{sen}(2x) \le 4$$

$$+3:\ 3 < \underbrace{4\operatorname{sen}(2x) + 3}_{f(x)} \le 7$$

Por lo tanto: $R_f \in \langle 3; 7]$

RESPUESTA: $\langle 3; 7]$ **D**

38. Tenemos las funciones: $f(x)=\text{sen}(x)$
$g(x)=\cos(x)$



En el punto de intersección, se cumple:
$f(x)=g(x)\Rightarrow \text{sen}(x)=\cos(x)$

$$\Rightarrow \tan(x)=1$$

$$x=\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4};\frac{9\pi}{4};\ldots$$

Pero, como: $x_P\in\left\langle \pi;\frac{3\pi}{2}\right\rangle \Rightarrow x_P=\frac{5\pi}{4}$

Las coordenadas de P serían:

$$\left(\frac{5\pi}{4};\text{sen}\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)=\left(\frac{5\pi}{4};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=(x_P;y_P)\begin{cases}x_P=\frac{5\pi}{4}\\ y_P=\frac{-\sqrt{2}}{2}\end{cases}$$

Piden calcular:

$$\frac{4}{\pi}(x_P)-\sqrt{2}(y_P)=\frac{4}{\pi}\left(\frac{5\pi}{4}\right)-\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Simplificamos: $\frac{4}{\pi}(x_P)-\sqrt{2}(y_P)=6$

RESPUESTA: 6 **C**

39. Tenemos la función g definida por:

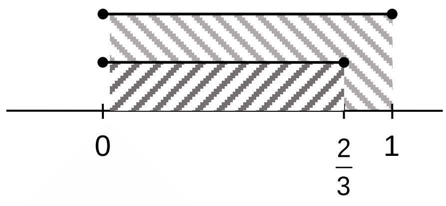
$$g(x)=\frac{1}{3}\text{arcsen}(2x-1)+\frac{1}{4}\text{arccos}(1-3x)$$

Para determinar su dominio, consideramos dos restricciones:

i) $-1\le 2x-1\le 1 \quad\Rightarrow\quad 0\le 2x\le 2$
$0\le x\le 1 \quad \ldots(1)$

ii) $-1\le 1-3x\le 1 \quad\Rightarrow\quad -2\le -3x\le 0$
$0\le 3x\le 2$
$0\le x\le \frac{2}{3} \quad \ldots(2)$

Luego, de (1) y (2): (intersectando)



$$0\le x\le \frac{2}{3}$$

Por lo tanto: $D_g\in\left[0;\frac{2}{3}\right]$

RESPUESTA: $\left[0;\frac{2}{3}\right]$ **C**

40. La expresión a calcular es:

$$\text{arcsen}\left(-\frac{1}{2}\right)+\text{arccos}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\text{arctan}\left(-\sqrt{3}\right)+\text{arc}\cot\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

Recuerde que:

$$\text{arcsen}(-x)=-\text{arcsen}(x);\ \forall x\in[-1;1]$$

$$\text{arccos}(-x)=\pi-\text{arccos}(x);\forall x\in[-1;1]$$

$$\text{arctan}(-x)=-\text{arctan}(x);\forall x\in\mathbb{R}$$

$$\text{arc}\cot(-x)=\pi-\text{arc}\cot(x);\ \forall x\in\mathbb{R}$$

Aplicando en la expresión e identificando:

$$\underbrace{-\text{arc sen}\left(\frac{1}{2}\right)}_{\frac{\pi}{6}}+\pi-\underbrace{\text{arc cos}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}_{\frac{\pi}{4}}-\underbrace{\text{arctan}\left(\sqrt{3}\right)}_{\frac{\pi}{3}}+\pi-\underbrace{\text{arc cot}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)}_{\frac{\pi}{3}}$$

Reemplazando:

$$=-\frac{\pi}{6}+\pi-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}+\pi-\frac{\pi}{3}$$

Simplificando: $\frac{11\pi}{12}$

RESPUESTA: $\frac{11\pi}{12}$ **E**